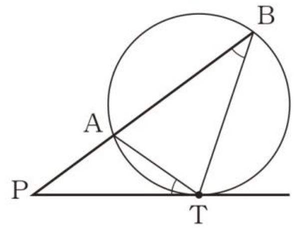
数学Ａ教科書解答

教 p. 110

【問 23】

《解答》

$\triangle$ PATと $\triangle$ PTBにおいて



$\angle$Pは共通

$\angle \mathrm{PTA} = \angle \mathrm{PBT}$　(円の接線と弦の作る角の定理)

2 組の角がそれぞれ等しいから　$\triangle \mathrm{PAT} \backsim \triangle \mathrm{PTB}$

よって　$\mathrm{PA} : \mathrm{PT} = \mathrm{PT} : \mathrm{PB}$

したがって　$\mathrm{PA} \cdot \mathrm{PB} = \mathrm{PT}^2$

教 p. 111

【問 24】

《解答》

⑴　$5 \cdot x = 3 \cdot 10$　よって　$x = 6$

⑵　$7(7 + x) = 6(6 + 8)$　よって　$x = 5$

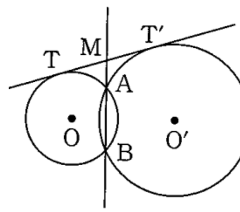
⑶　$2(2 + 6) = x^2$　　$x > 0$であるから　$x = 4$

【問 25】

《解答》

円 Oにおいて，方べきの定理により

$\mathrm{MT}^2 = \mathrm{MA} \cdot \mathrm{MB}$　　……①



また，円 O′においても，同様に

$\mathrm{MT}'^2 = \mathrm{MA} \cdot \mathrm{MB}$　　……②

①，②から　$\mathrm{MT}^2 = \mathrm{MT}'^2$

$\mathrm{MT} > 0$，　$\mathrm{MT}' > 0$であるから　$\mathrm{MT} = \mathrm{MT}'$

したがって，点 Mは線分 TT′の中点である。

教 p. 113

【問 26】

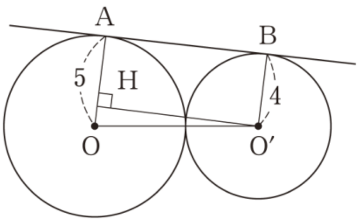
《解答》

⑴　4 本　⑵　3 本　⑶　2 本　⑷　1 本　⑸　0 本

【問 27】

《解答》

⑴　点 O′から線分 OAに垂線 O′Hを引く。



$\mathrm{OA} \perp \mathrm{AB}$，$\mathrm{O'B} \perp \mathrm{AB}$ であるから，四角形AHO′B は長方形である。

よって　$\mathrm{AB} = \mathrm{O'H}$ ，$\mathrm{AH} = \mathrm{O'B}$

また　$\mathrm{OH} = \mathrm{OA} - \mathrm{AH} = 5 - 4 = 1$

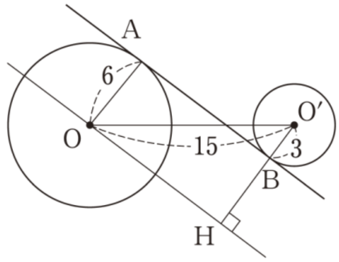
円 O，O′は外接しているから　$\mathrm{OO'} = 5 + 4 = 9$

直角三角形 OO′Hにおいて，三平方の定理により

$$\mathrm{O'H}^2 = \mathrm{OO'}^2 - \mathrm{OH}^2 = 9^2 - 1^2 = 80$$

$\mathrm{O'H} > 0$であるから　$\mathrm{O'H} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$　したがって　$\mathrm{AB} = \mathrm{O'H} = 4\sqrt{5}$

⑵　点 Oを通り線分 ABに平行な直線と直線 O′Bの交点を Hとする。



$OA \perp OH$，$O'H \perp OH$ であるから，四角形 AOHB は長方形である。

よって　$AB = OH$ ，$OA = HB$

また　　$O'H = O'B + HB = 3 + 6 = 9$

直角三角形 OO′Hにおいて，三平方の定理により

$$OH^2 = OO'^2 - O'H^2 = 15^2 - 9^2 = 144$$

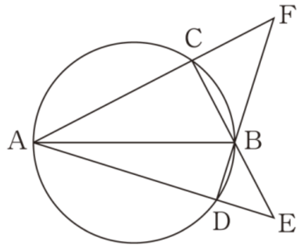
$OH > 0$であるから　$OH = \sqrt{144} = 12$

したがって　$AB = OH = 12$

教 p.114

【5】

《解答》



線分AB は直径であるから　　$\angle ACB = 90°$

よって　　$\angle ECF = 90°$　……①

また　$\angle ADB = 90°$であるから

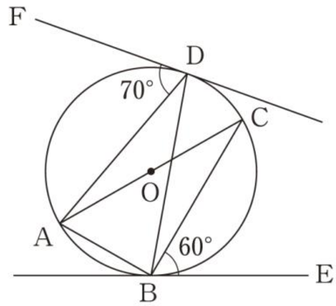
$\angle EDF = 90°$　……②

①，②より　　$\angle ECF = \angle EDF$

したがって，4 点 C，D，E，Fは同一円周上にある。

【6】

《解答》



線分AC は直径であるから　　$\angle ABC = 90°$

直線DF は点 Dにおける円 Oの接線であるから

$$\angle ABD = \angle ADF = 70°$$

よって　　$\angle CBD = 90° - 70° = 20°$

円周角の定理により

$\angle CAD = \angle CBD = 20°$

また，直線 BEは点 Bにおける円 Oの接線であるから

$$\angle BAC = \angle CBE = 60°$$

$\triangle ABC$において　$\angle C + 60° + 90° = 180°$

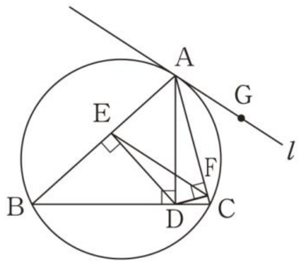
よって　　$\angle C = 30°$

したがって　　$\angle ADB = \angle C = 30°$

【7】

《解答》

⑴　△ABDと △ADEにおいて



$\angle BAD = \angle DAE$

$\angle ADB = \angle AED = 90°$

2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABD \backsim \triangle ADE$

よって　$\angle ABD = \angle ADE$　……①

$\angle AED = \angle AFD = 90°$より，

4点 A，E，D，Fは ADを直径とする円周上にある。

よって　$\angle ADE = \angle AFE$　……②

①，②より　$\angle ABD = \angle AFE$

すなわち　$\angle B = \angle AFE$

⑵　接線 l上に点 Gをとると　$\angle ABC = \angle GAC$　すなわち　$\angle B = \angle GAF$

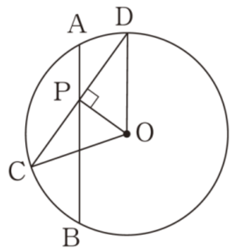
⑴より，$\angle B = \angle AFE$ であるから　$\angle AFE = \angle GAF$

錯角が等しいから　$l \mathbin{/\!/} EF$

【8】

《解答》

$OC = OD$であるから，　△OCDは二等辺三角形である。



$OP \perp CD$であるから　$PC = PD$

よって，方べきの定理により

$PA \cdot PB = PC \cdot PD = PC^2$